GS - 19.05.06 - Pyramide.mcd

Extremwertaufgabe - Pyramide

- Abschlussaufgabe 2003 - 12 Nichttechnik - Analysis II -

3.1 **Eine natürliche Zahl heißt vollkommen, wenn sie gleich der Summe ihrer echten Teiler ist. Beispiel: 6 ist vollkommen, da 6 = 1 + 2 + 3.**
Zeigen Sie, dass auch 28 eine vollkommene Zahl ist. **2 BE**

3.2.0 **Eine Fachoberschule beschließt, ein Denkmal zu errichten. Es soll die Form einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche haben. Sie wird in der Hinsicht vollkommen sein, dass die Summe aus dem Umfang der Grundfläche und der Pyramidenhöhe 28 dm ergibt.**

3.2.1 **Bestimmen Sie das Volumen $V(s)$ der Pyramide in Abhängigkeit von der Länge s einer Quadratseite und geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge ID_V an.**

[Teilergebnis: $V(s) = -\frac{4}{3}\cdot\left(s^3 - 7\cdot s^2\right)$] **4 BE**

3.2.2 **Berechnen Sie s so, dass das Pyramidenvolumen maximal wird. Geben Sie auch diesen maximalen Wert V_{max} an.** **6 BE**

3.1 **Vollkommene Zahlen:**

Teiler von 28: $t_1 := 1$ $t_2 := 2$ $t_3 := 4$ $t_4 := 7$ $t_5 := 14$

$\text{Summe} := t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 \rightarrow 28$ q.e.d

3.2.1 **Pyramidendenkmal:**

Grundfläche: $G(s) := s^2$ Höhe: h

Nebenbedingung: $4\cdot s + h = 28$ **auflösen**, $h \rightarrow -4\cdot s + 28$ $h(s) := -4\cdot s + 28$

Volumen: $V(s) := \frac{1}{3}\cdot G(s)\cdot h(s)$ **vereinfachen** $\rightarrow \frac{-4}{3}\cdot s^2\cdot(s - 7)$

$V(s) := -\frac{4}{3}\cdot\left(s^3 - 7\cdot s^2\right)$

maximale Seitenlänge: $-4\cdot s + 28 = 0$ **auflösen**, $s \rightarrow 7$

Definitionsmenge: $ID_V = \{s \mid 0 < s < 7\}$

3.2.2 **Maximales** Pyramidenvolumen:

Bezeichnung für die Ableitung: $V_s(s) := \frac{d}{ds}V(s)$

Ableitung: $V_s(s) \rightarrow -4 \cdot s^2 + \frac{56}{3} \cdot s$

Extremum: $-4 \cdot s^2 + \frac{56}{3} \cdot s = 0 \text{ auflösen}, s \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{14}{3} \end{pmatrix}$

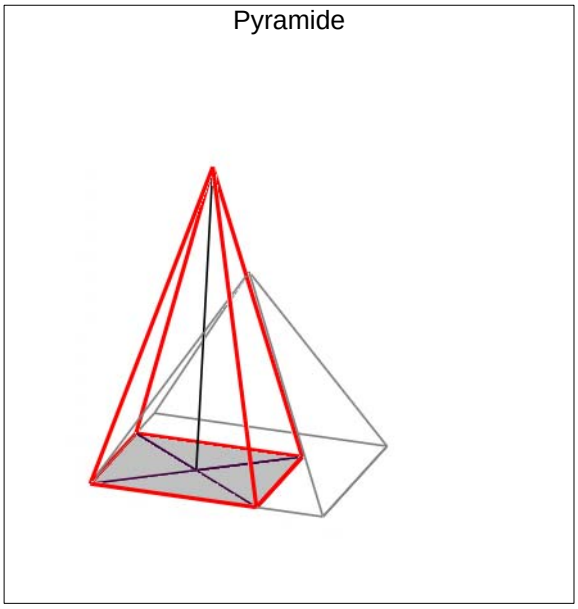
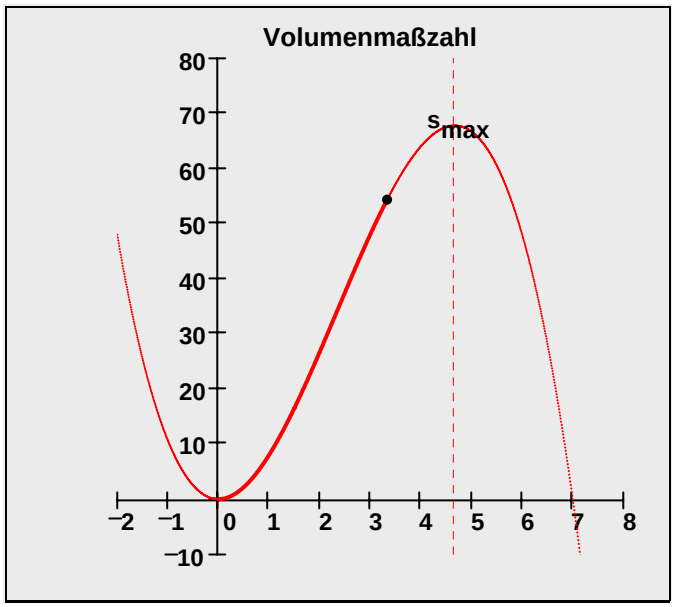
nicht definiert

absolutes Maximum, da Scheitel einer nach unten geöffnen Parabel Maximum ist

Maximum: $V_{max} := V\left(\frac{14}{3}\right) \rightarrow \frac{5488}{81}$ $V_{max} = 67.75$

Wähle: $k := 0$ Frame von 0 bis 15

Für Animation k = 0 setzen.

Seitenkante: $s = 3.333$ Höhe: $h(s) = 14.667$ vollkommene Zahl: $4 \cdot s1 + h(s1) = 28$

Pyramide