Potenzfunktionen
- Parabeln n-ter Ordnung -

1. Zuordnungsvorschrift:

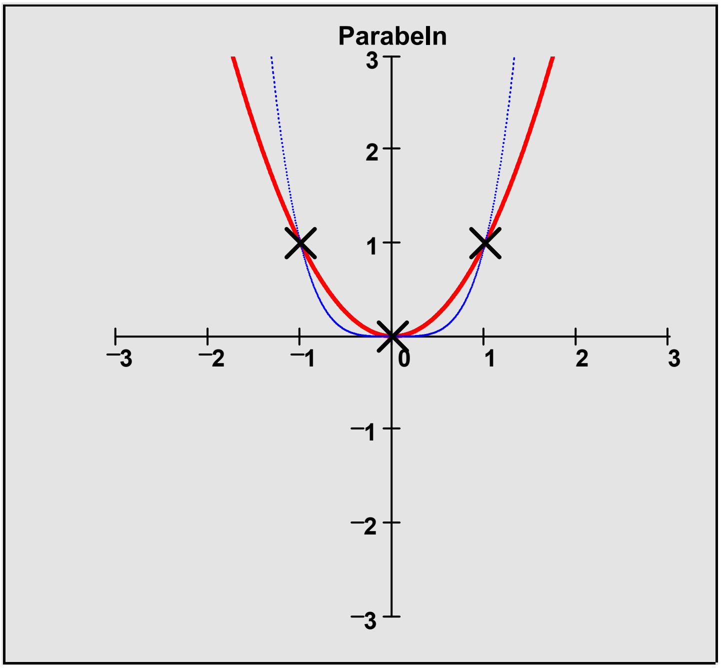
Definition: Eine Funktion $\mathbf{f(x) = x^n}$ mit $\mathbf{x} \in \mathbf{IR}$ und $\mathbf{n} \in \mathbf{IN}$ heißt **Potenzfunktion vom Grade n.**

Da bei den ganzrationalen Funktionen vor der höchsten Potenz x^n auch ein negativer Koeffizient a stehen kann, werden Funktionen mit der Zuordnungsvorschrift $\mathbf{f(x) = a \cdot x^n}$ betrachtet.

2. Graphische Darstellung:

Wähle: a = 1 oder a = -1 n = 2 oder n = 3 Funktionsterme: $\mathbf{f(x) \rightarrow x^2}$ $\mathbf{f2(x) \rightarrow x^4}$

$\mathbf{a \equiv 1}$ $\mathbf{n \equiv 2}$



Eigenschaften:

$$\mathbf{gemeinsamePunkte} \rightarrow \begin{pmatrix} \text{"Punkt"} & \text{"x-Wert"} & \text{"y-Wert"} \\ \text{"P"} & -1 & 1 \\ \text{"O"} & 0 & 0 \\ \text{"Q"} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Monotonie → "smofa für x<0 und smost für x>0"

Symmetrie → "achsensymmetrisch"

Verhalten für $|\mathbf{x}| \rightarrow \infty$ **:** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \rightarrow \infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \rightarrow \infty$

Verhalten im Unendlichen

Entfernt man sich auf der x-Achse beliebig weit vom Koordinatenursprung, so hat man dafür die **symbolische Schreibweise:**

x --> ∞ bedeutet: x geht beliebig weit nach rechts, d.h. x wird beliebig groß in positiver Richtung.

x --> $-\infty$ bedeutet: x geht beliebig weit nach links, d.h. x wird beliebig groß in negativer Richtung.

Entsprechendes gilt für die Funktionswerte:

f(x) --> ∞ bedeutet: f(x) geht beliebig weit nach oben, d.h. f(x) wird beliebig groß in positiver Richtung.

f(x) --> $-\infty$ bedeutet: x geht beliebig weit nach unten, d.h. f(x) wird beliebig groß in negativer Richtung.

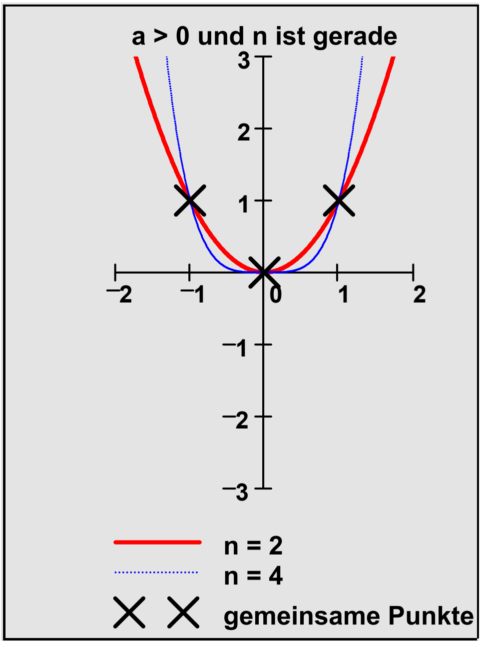
Um diese Werte charakterisieren zu können, benutzt man das "**Limes-Symbol" :**

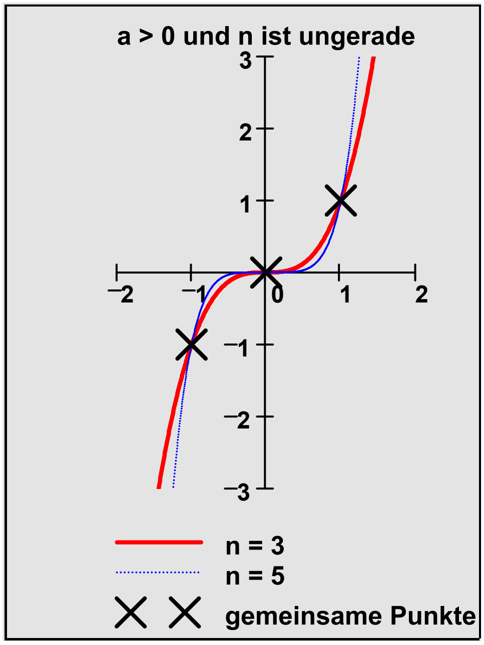
für wachsendes x: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ bzw. für kleiner werdendes x: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

Bemerkung: Der "Limes" ist eine Grenzbefestigung aus der Römerzeit. Die Mathematiker haben das Wort Limes für den **Begriff Genzwert** übernommen.

3. Eigenschaften der Funktionsgraphen:

3.1 Koeffizient a > 0:





gerader Exponent (Index "g"):	ungerader Exponent (Index "u"):

Symmetrie

Achsensymmetrie zur y-Achse.	**Punktsymmetrie** zum Koordinatenursprung.

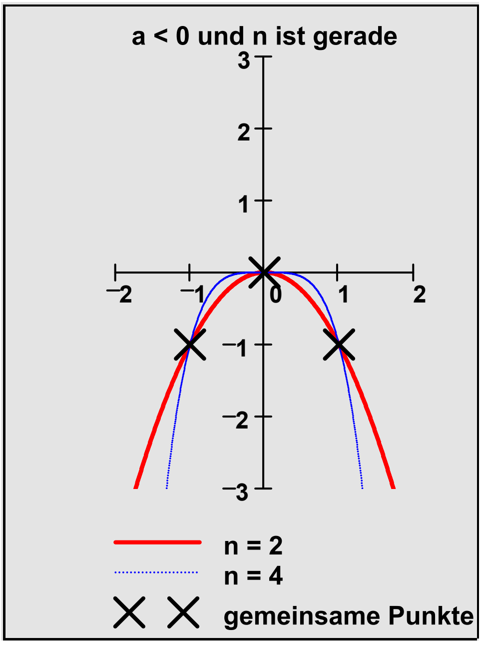
Monotonie

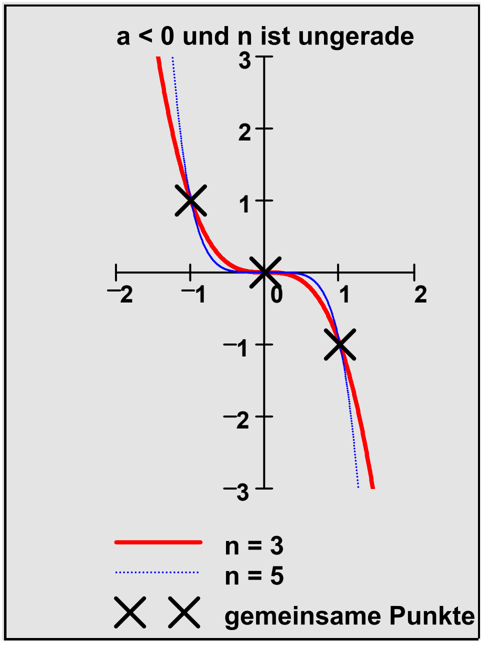
G_f ist **streng monoton fallend** für $\mathbf{x \le 0}$ und G_f ist **streng monoton steigend** für $\mathbf{x \ge 0}$.	G_f ist **streng monoton steigend** für $\mathbf{x \in IR}$ **.**

Verhalten der Funktionswerte für wachsende Werte von |x|

$\lim\limits_{x \to -\infty} f_g(x) \to \infty$ $\quad \lim\limits_{x \to \infty} f_g(x) \to \infty$ $\quad \lim\limits_{x \to -\infty} f_u(x) \to -\infty$ $\quad \lim\limits_{x \to \infty} f_u(x) \to \infty$

3.2 Koeffizient a < 0:





gerader Exponent (Index "g"):

ungerader Exponent (Index "u"):

Symmetrie

Achsensymmetrie zur y-Achse.

Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung.

Monotonie

G_f ist **streng monoton steigend** für $\mathbf{x \le 0}$ und
G_f ist **streng monoton fallend** für $\mathbf{x \ge 0}$.

G_f ist **streng monoton fallend** für $\mathbf{x \in IR}$.

Verhalten der Funktionswerte für wachsende Werte von |x|

$\lim\limits_{x \to -\infty} f_g(x) \to -\infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x \to \infty} f_g(x) \to -\infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f_u(x) \to \infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x \to \infty} f_u(x) \to -\infty$