EL / GS - 23.08.05 - a1_linGl.mcd

Lineare Gleichungen

Definition:
Eine Bestimmungsgleichung mit der Definitionsmenge ID $\subseteq$ G heißt linear (oder ersten Grades), wenn sie sich durch die Form $a \cdot x + b = 0$ mit a,b $\in$ IR darstellen lässt.

Bezeichnung: Gleichungen, die die gleiche Lösungsmenge haben, heißen **äquivalent.**

Regel:
Wird auf beiden Seiten einer Gleichung derselbe Term addiert oder subtrahiert, so erhält man eine äquivalente Gleichung.
Werden beide Seiten einer Gleichung mit demselben Term multipliziert oder durch denselben Term dividiert, so erhält man eine äquivalente Gleichung.
Der Term, mit dem man multipliziert oder durch den man dividiert, muss dabei von Null verschieden sein.

Bestimmung der Lösungsmenge:

Sei $a \neq 0 \Rightarrow$ **Äquivalenzumformungen:** $a \cdot x + b = 0 \Leftrightarrow a \cdot x = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$ $\quad \mathbb{L} = \{ -\frac{b}{a} \}$

Sei $a = 0 \wedge b = 0 \Rightarrow$ $\quad 0 \cdot x + 0 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ **wahre Aussage** $\quad \mathbb{L} = \mathbb{R}$

Sei $a = 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow$ $\quad 0 \cdot x + b = 0 \Leftrightarrow 0 = -b$ **falsche Aussage** $\quad \mathbb{L} = \{ \}$

Beispiele dazu siehe auf den nächsten Seiten.

Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.

b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $x - 2 = 2 \cdot x + 6$ $\quad$ **ID = IR**

Lösung: $x_L := x - 2 = 2 \cdot x + 6 \text{ auflösen}, x \rightarrow -8$ $\quad$ **IL = { −8 }**

Teilaufgabe b)

Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

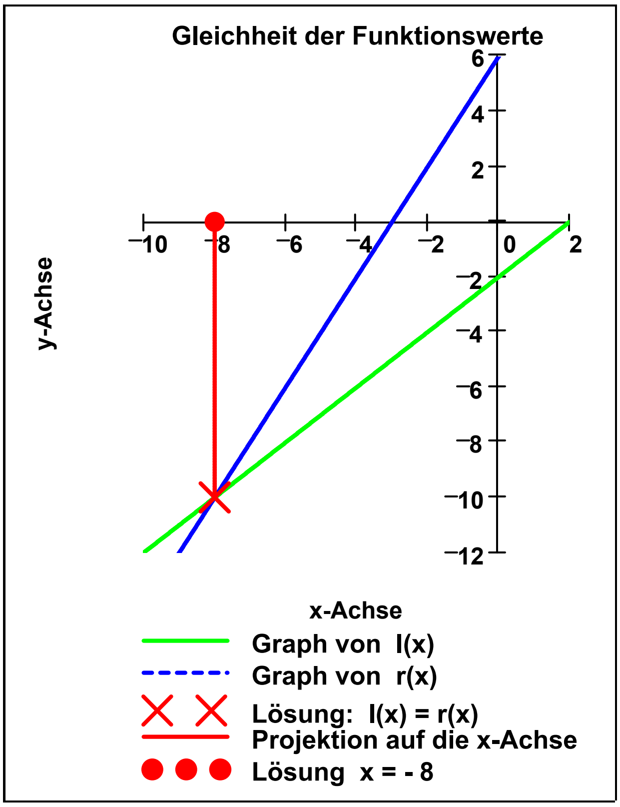
Linke Funktion: $l(x) := x - 2$

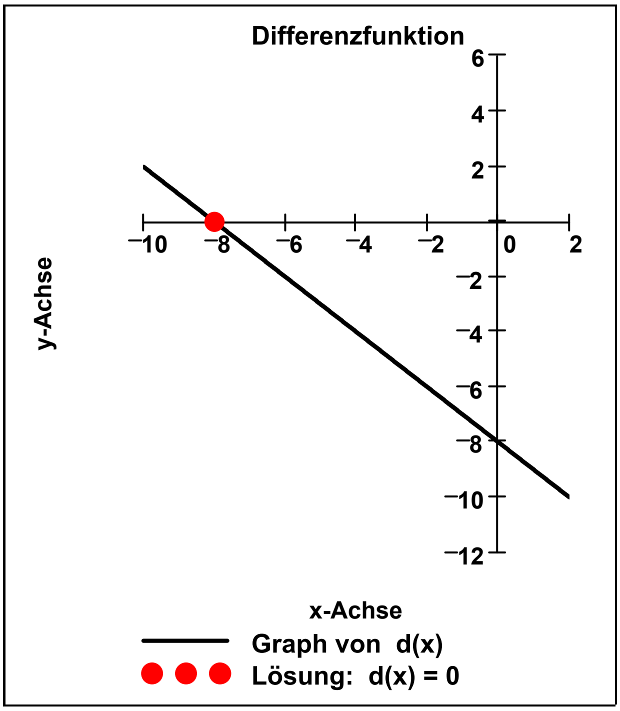
Rechte Funktion: $r(x) := 2 \cdot x + 6$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow -x - 8$

Bestimme diejenigen x-Werte, für die gilt: $d(x) = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow -8$

Graphische Lösung der Gleichung:





Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $\frac{1}{2}\cdot x + 1 - [x - 1 - [-2\cdot x - (2\cdot x - 1)] - (4\cdot x - 2)] = \frac{1}{4}\cdot(x - 32) + 6$ **ID = IR**

Lösung: $x_L := \frac{1}{2}\cdot x + 1 - [x - 1 - [-2\cdot x - (2\cdot x - 1)] - (4\cdot x - 2)] = \frac{1}{4}\cdot(x - 32) + 6$ **auflösen, x** $\rightarrow 4$

IL = {4}

Teilaufgabe b)

Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

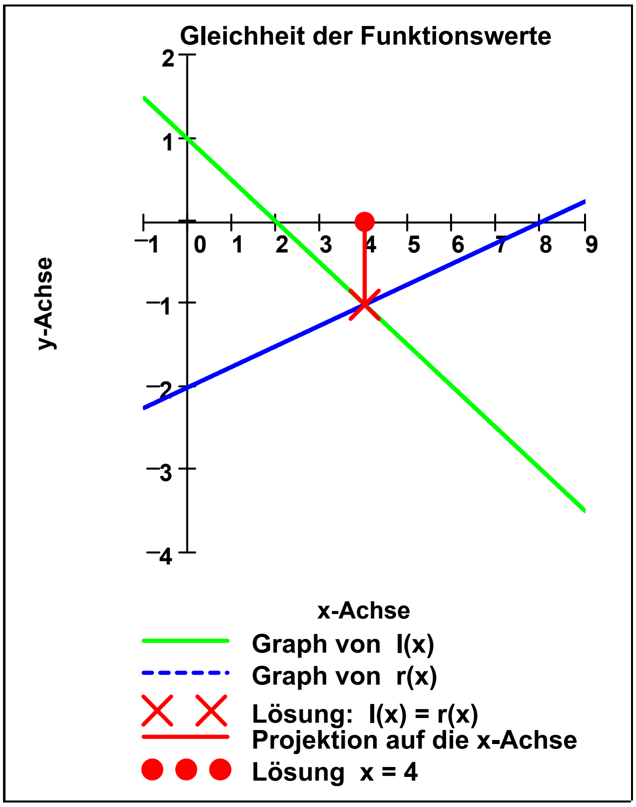
Linke Funktion: $l(x) := \frac{1}{2}\cdot x + 1 - [x - 1 - [-2\cdot x - (2\cdot x - 1)] - (4\cdot x - 2)] \rightarrow \frac{-1}{2}\cdot x + 1$

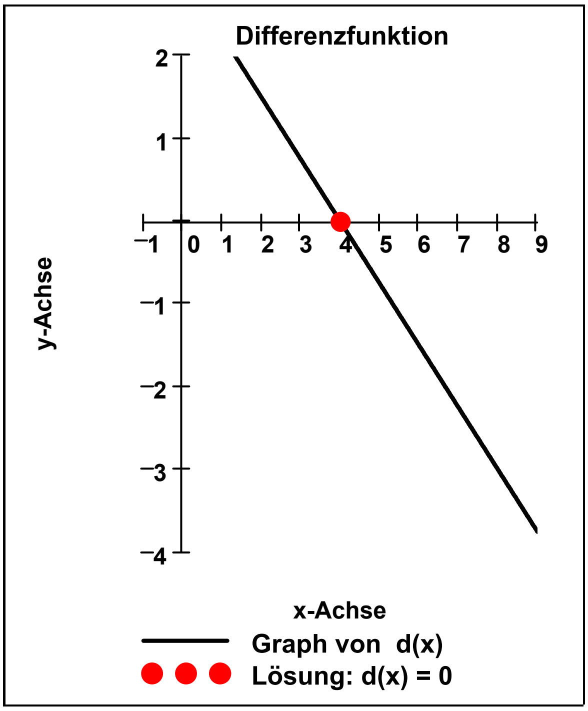
Rechte Funktion: $r(x) := \frac{1}{4}\cdot(x - 32) + 6 \rightarrow \frac{1}{4}\cdot x - 2$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow \frac{-3}{4}\cdot x + 3$

Bestimme diejenigen x-Werte, für die gilt: $d(x) = 0$ $d(x) = 0$ **auflösen, x** $\rightarrow 4$

Graphische Lösung der Gleichung:





Aufgabe 3:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $3 \cdot x + 1 - \left[x - 1 - \left(\frac{1}{3} \cdot x - 1\right) - (-2 \cdot x - 2)\right] = \left(\frac{1}{3} \cdot x - 4\right) + 3$ **ID = IR**

Lösung: $3 \cdot x + 1 - \left[x - 1 - \left(\frac{1}{3} \cdot x - 1\right) - (-2 \cdot x - 2)\right] = \left(\frac{1}{3} \cdot x - 4\right) + 3$ **auflösen, x** $\rightarrow x$ **IL = IR**

Teilaufgabe b)

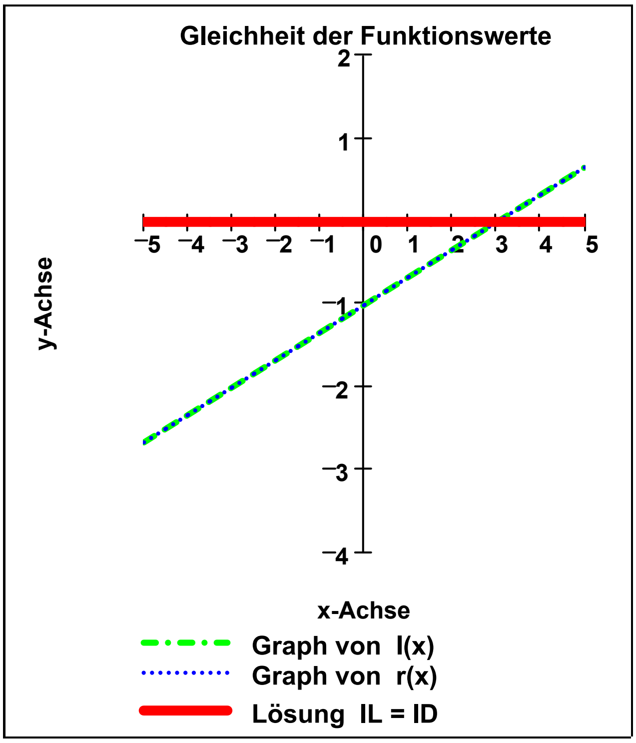
Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

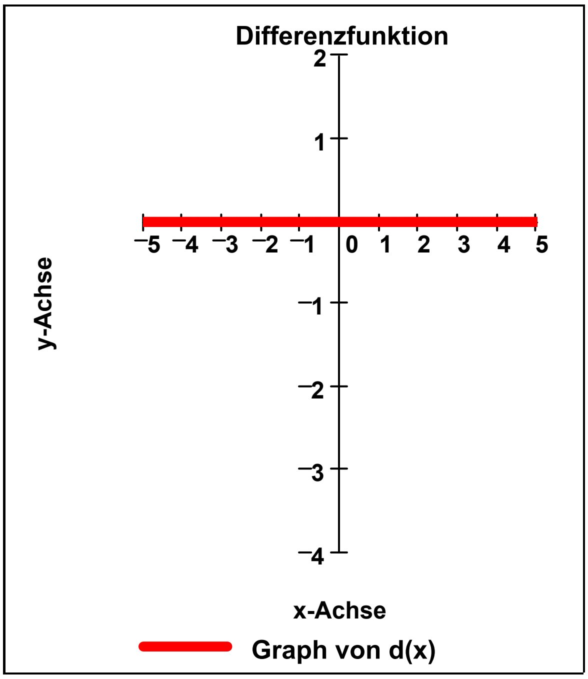
Linke Funktion: $l(x) := 3 \cdot x + 1 - \left[x - 1 - \left(\frac{1}{3} \cdot x - 1\right) - (-2 \cdot x - 2)\right] \rightarrow \frac{1}{3} \cdot x - 1$

Rechte Funktion: $r(x) := \left(\frac{1}{3} \cdot x - 4\right) + 3 \rightarrow \frac{1}{3} \cdot x - 1$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow 0$

Graphische Lösung der Gleichung:





Aufgabe 4:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $-\frac{3}{2}\cdot x - [x - (4\cdot x - 1) - 1] - (2\cdot x + 1) = -2\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot x - 5\right) - 9$ **ID = IR**

Lösung: $-\frac{3}{2}\cdot x - [x - (4\cdot x - 1) - 1] - (2\cdot x + 1) = -2\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot x - 5\right) - 9$ **auflösen, x** $\rightarrow$ **IL = { }**

Teilaufgabe b)

Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

Linke Funktion: $l(x) := -\frac{3}{2}\cdot x - [x - (4\cdot x - 1) - 1] - (2\cdot x + 1) \rightarrow \frac{-1}{2}\cdot x - 1$

Rechte Funktion: $r(x) := -2\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot x - 5\right) - 9 \rightarrow \frac{-1}{2}\cdot x + 1$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow -2$

Graphische Lösung der Gleichung;