GS - 23.08.05 - c1_hoehereGl.mcd

Gleichungen höheren Grades

Definition:

Eine Gleichung der Form $\sum_{k=0}^{n} a_k \cdot x^k = 0$ mit der Definitionsmenge $ID \subseteq IR$ und $a_n \neq 0$

heißt "Gleichung n-ten Grades".

Schreibweise: $\sum_{k=0}^{n} a_k \cdot x^k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \ldots + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_n \cdot x^n = 0$

Allgemeine Lösung:

Durch Abspaltung von möglichst vielen Linearfaktoren wird der Grad der Gleichung bis zum Exponenten $k = 2$ erniedrigt, dann Anwendung der Mitternachtsformel.

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \ldots \left(b_2 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c\right) = 0$$

1. Möglichkeit: "Reine" Gleichung höheren Grades

$a_0 + a_n \cdot x^n = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^n = -\frac{a_0}{a_n} \quad \Leftrightarrow \quad x^n = c \quad \Rightarrow$ Lösung durch Ziehen der n-ten Wurzel.

1. Fall: n gerade und $c > 0 \Leftrightarrow \frac{a_0}{a_n} < 0 \Rightarrow x_1 = \sqrt[n]{c}$ und $x_2 = -\sqrt[n]{c}$

2. Fall: n gerade und $c < 0 \Leftrightarrow \frac{a_0}{a_n} > 0 \Rightarrow$ Gleichung besitzt keine Lösung in IR

3. Fall: n ungerade und $c > 0 \Leftrightarrow \frac{a_0}{a_n} < 0 \Rightarrow x_1 = \sqrt[n]{c}$ (nur eine Lösung!)

4. Fall: n ungerade und $c < 0 \Leftrightarrow \frac{a_0}{a_n} > 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt[n]{|c|}$ (nur eine Lösung!)

2. Möglichkeit: Erzeugung der Linearfaktoren durch Ausklammern

$a_0 = 0$ oder $a_0 = 0 \wedge a_1 = 0$ oder $a_0 = 0 \wedge a_1 = 0 \wedge a_2 = 0$ usw.

$\Leftrightarrow$ Ausklammern der höchstmöglichen Potenz von x und Produkt gleich Null.

z.B. bei einer Gleichung 4. Grades: $a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 = 0$ speziell:

$a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \cdot \left(a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot x^2 + a_4 \cdot x^4\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0$

$a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \cdot \left(a_2 + a_3 \cdot x + a_4 \cdot x^2\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{12} = 0$

$a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 \cdot \left(a_3 + a_4 \cdot x^2\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{123} = 0$

$a_4 \cdot x^4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1234} = 0$

3. Möglichkeit: Gleichung besitzt eine ganzzahlige Lösung

⇒ Polynomdivision ohne Rest

z. B. bei einer Gleichung 3. Grades: $a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 = 0$

x_1 ist Lösung $\Rightarrow \left(a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0\right)$ **ist durch** $\left(x - x_1\right)$ **teilbar.**

Es gilt: $\left(a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0\right) : \left(x - x_1\right) = a_3 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + b_0$

4. Möglichkeit: Biquadratische Gleichungen

1. Fall: $a_0 + a_2 \cdot x^2 + a_4 \cdot x^4 = 0$

Substitution $x^2 = t \Rightarrow a_0 + a_2 \cdot t + a_4 \cdot t^2 = 0$

Lösung der quadratischen Gleichung und Resubstituition liefert die reinquadratischen Gleichungen: $x^2 = t_1$ **und** $x^2 = t_2$

Auflösen durch Wurzelziehen, sofern $t_1 > 0$ **bzw.** $t_2 > 0$.

Lösungen: $x_1 = \sqrt{t_1}$; $x_2 = -\sqrt{t_1}$; $x_3 = \sqrt{t_2}$; $x_4 = -\sqrt{t_2}$;

1. Fall: $a_0 + a_2 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^6 = 0$

Substitution $x^3 = t \Rightarrow a_0 + a_2 \cdot t + a_4 \cdot t^2 = 0$

Lösung der quadratischen Gleichung und Resubstituition liefert die reinen kubischen Gleichungen: $x^3 = t_1$ **und** $x^3 = t_2$

Auflösen durch Wurzelziehen.

Lösungen: $t_1 > 0 \Rightarrow x_1 = \sqrt[3]{t_1}$ **bzw.** $t_1 < 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt[3]{t_1}$

$t_2 > 0 \Rightarrow x_2 = \sqrt[3]{t_2}$ **bzw.** $t_2 < 0 \Rightarrow x_2 = -\sqrt[3]{t_2}$

5. Möglichkeit: Gleichung besitzt keine ganzzahlige Lösung und ist nicht biquadratisch

⇒ numerische Verfahren, z.B.
Tangentenverfahren (Newton'sche Näherung), Sekantenverfahren (Regula Falsi), Intervallhalbierung, usw.

Beispiele dazu siehe auf den nächsten Seiten.

Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $16 - 4x^4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 = 4$ $\qquad$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Auflösen nach x^4 und 4. Wurzel ziehen.** $\qquad$ **IL = $\{\sqrt[4]{4}\,;\ -\sqrt[4]{4}\}$**

Lösung:

$$16 - 4x^4 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2^{\frac{1}{2}} \\ -2^{\frac{1}{2}} \\ i\cdot 2^{\frac{1}{2}} \\ -i\cdot 2^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.414 \\ -1.414 \\ 1.414i \\ -1.414i \end{pmatrix}$$

Lösung
Lösung
keine Lösung in IR
keine Lösung in IR

Teilaufgabe b)

Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

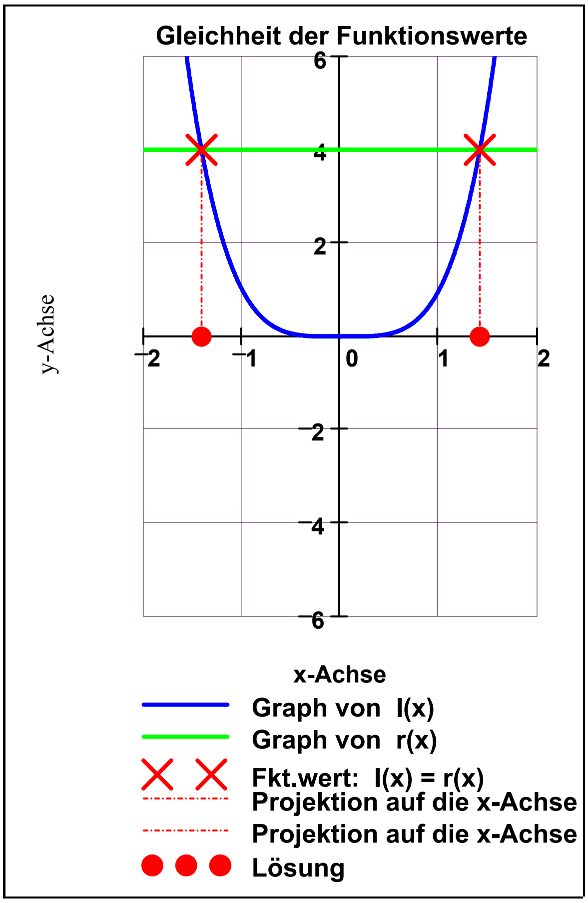
Linke Funktion: $l(x) := x^4$

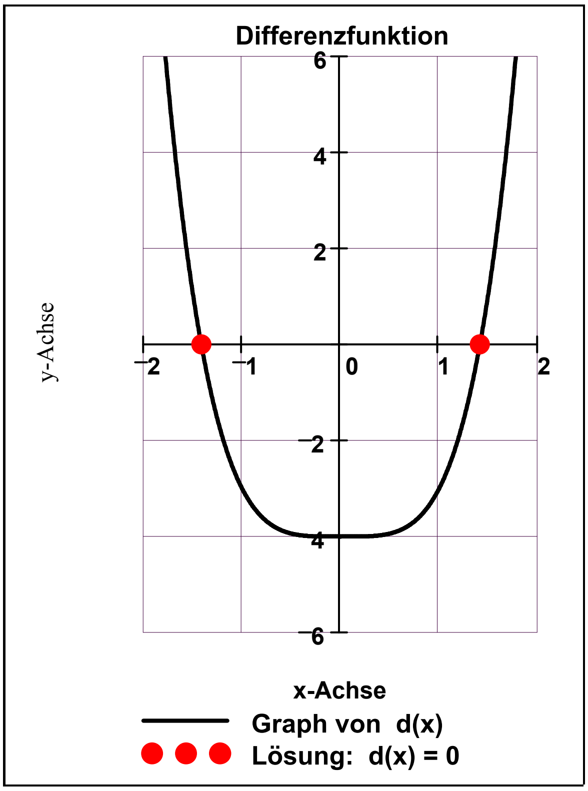
Rechte Funktion: $r(x) := 4$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow -4 + x^4$

Bestimme diejenigen x-Werte, für die gilt: $d(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_L \rightarrow \begin{pmatrix} 2^{\frac{1}{2}} \\ -2^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.414 \\ -1.414 \end{pmatrix}$

Graphische Lösung der Gleichung:





Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $16 + 4x^4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 = -4$ **ID = IR**

Lösung: Gleichung besitzt keine Lösung in IR. **IL = { }**

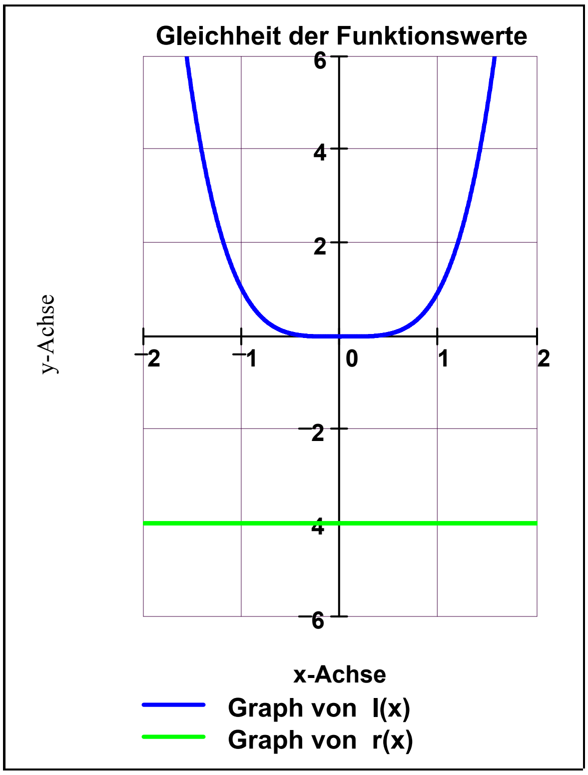
Teilaufgabe b)

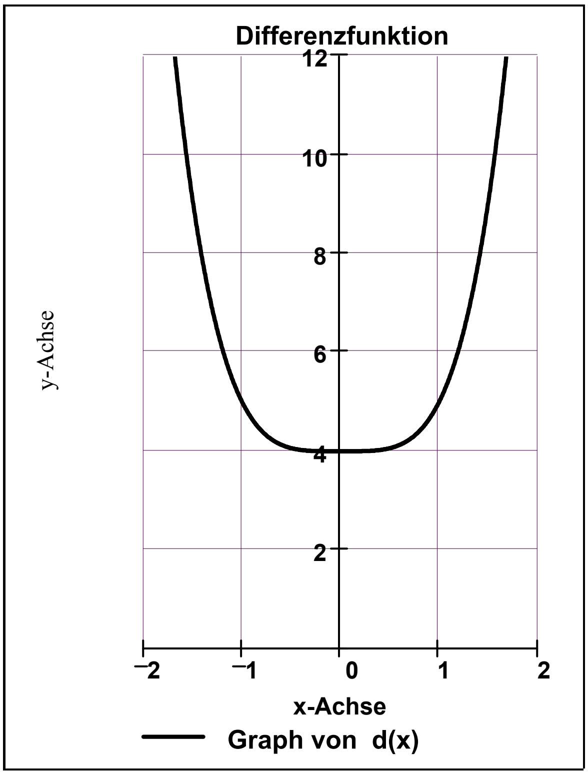
Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

Linke Funktion: $l(x) := x^4$

Rechte Funktion: $r(x) := -4$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow x^4 + 4$ besitzt keine Nullstellen





Aufgabe 3:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $12 - 3 \cdot x^3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 = 4$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Auflösen nach x^3 und 3. Wurzel ziehen.** **IL = { $\sqrt[3]{4}$ }**

Lösung:

$$12 - 3 \cdot x^3 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2^{\frac{2}{3}} \\ \frac{-1}{2} \cdot 2^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \\ \frac{-1}{2} \cdot 2^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.587 \\ -0.794 + 1.375i \\ -0.794 - 1.375i \end{pmatrix}$$

Lösung
keine Lösung in IR
keine Lösung in IR

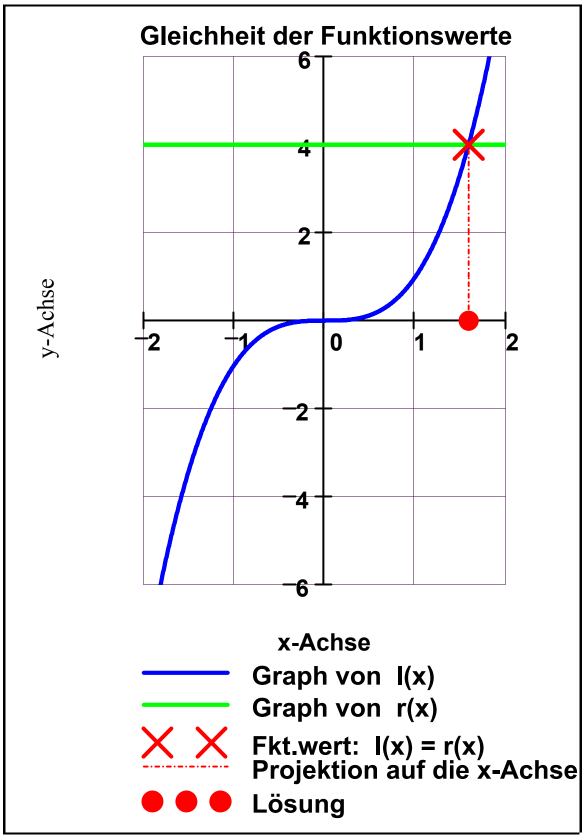
Teilaufgabe b)

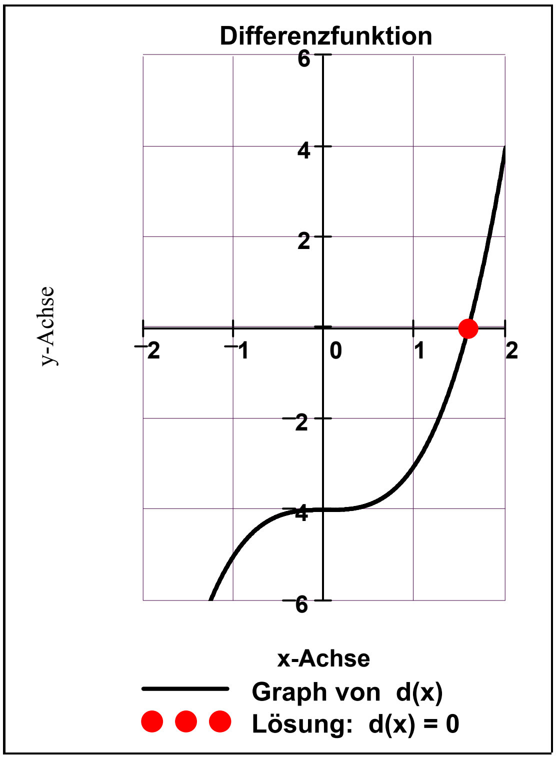
Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

Linke Funktion: $l(x) := x^3$ Rechte Funktion: $r(x) := 4$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow -4 + x^3$

Bestimme diejenigen x-Werte, für die gilt: $d(x) = 0 \rightarrow -4 + x^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_L = 1.587$





Aufgabe 4:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $12 + 3 \cdot x^3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 = -4$ $\quad$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Auflösen nach x^3 und 3. Wurzel ziehen.**

Bemerkung: $\sqrt[3]{-4} = -1.587 \qquad -\sqrt[3]{4} = -1.587$ $\quad$ **IL = { $-\sqrt[3]{4}$ }**

Lösung:

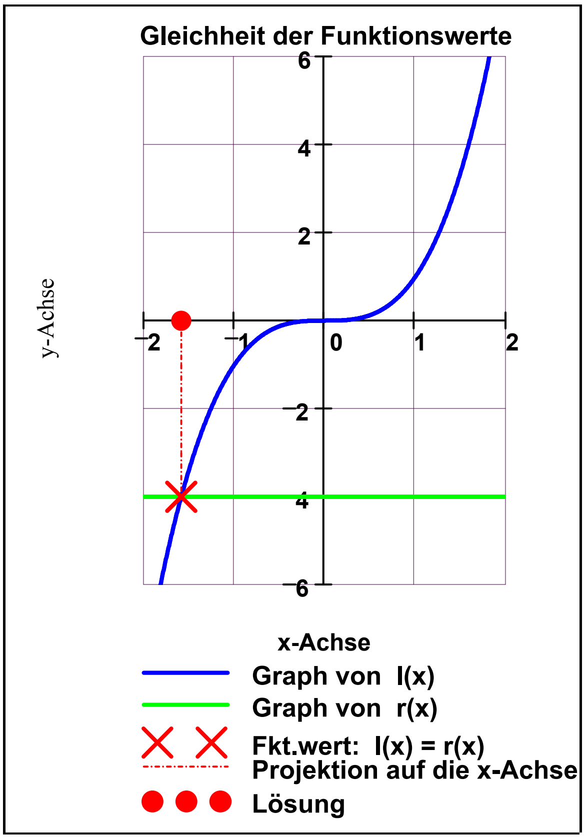
$$12 + 3 \cdot x^3 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} -2^{\frac{2}{3}} \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.587 \\ 0.794 - 1.375i \\ 0.794 + 1.375i \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Lösung} \\ \text{keine Lösung in IR} \\ \text{keine Lösung in IR} \end{array}$$

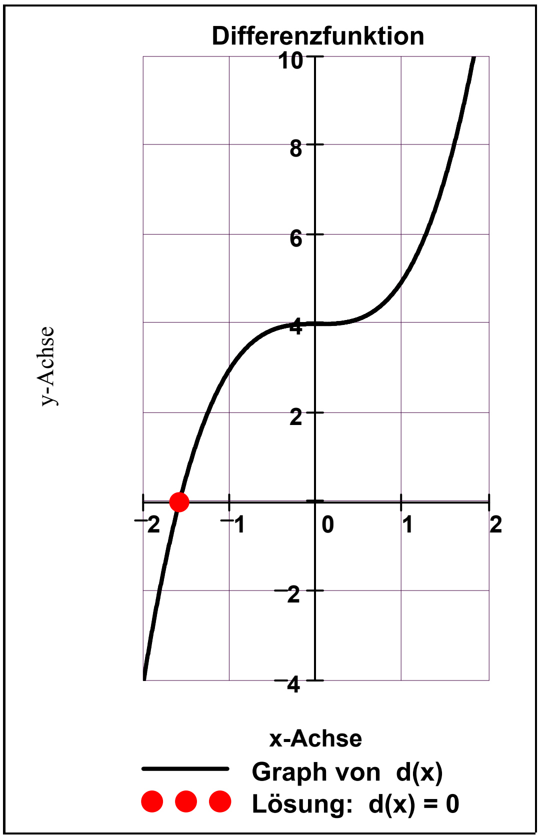
Teilaufgabe b)

Darstellung der Gleichung mit Funktionen:

Linke Funktion: $l(x) := x^3$ $\qquad$ Rechte Funktion: $r(x) := -4$

Differenzfunktion: $d(x) := l(x) - r(x) \rightarrow x^3 + 4 \qquad d(x) = 0 \rightarrow x^3 + 4 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x_L = -1.587$





Aufgabe 5:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $3 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 66 \cdot x + 120 = 0$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Polynomdivision ohne Rest**

Lösung:

Definition der Polynomfunktion: $f(x) := 3 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 66 \cdot x + 120$

1. Lösung wird geraten, und zwar probiert man nur die Teiler von 120:

$f(1) = 54$ $54 \neq 0$ $\Rightarrow$ keine Lösung

$f(2) = 0$ $\Rightarrow$ Lösung $x_1 := 2$

Polynomdivision: $\dfrac{3 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 66 \cdot x + 120}{x - 2}$ in Partialbrüche zerlegt, ergibt $3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 60$

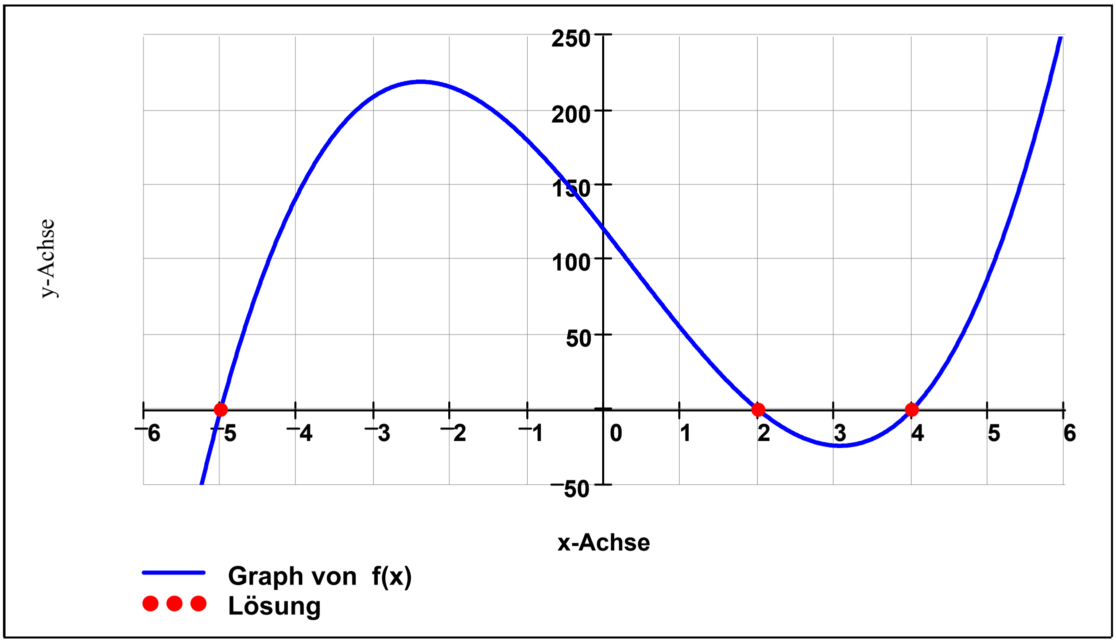
Lösung der quadratischen Gleichung: $3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 60 = 0$ **auflösen**, $x \rightarrow \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$

Mathcad - Lösung:

$x_L := 3 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 66 \cdot x + 120 = 0$ **auflösen**, $x \rightarrow \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ **IL = { –5; 2; 4 }**

Teilaufgabe b)

Graphische Lösung der Gleichung:



Aufgabe 6:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $x^4 - 22 \cdot x^2 + x^3 - 2 \cdot x + 40 = 0$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Polynomdivision ohne Rest**

Lösung:

Definition der Polynomfunktion: $f(x) := x^4 - 22 \cdot x^2 + x^3 - 2 \cdot x + 40$

1. Lösung wird geraten, und zwar probiert man nur die Teiler von 40.

$f(1) = 18$ $18 \neq 0$ $\Rightarrow$ keine Lösung

$f(2) = -28$ $-28 \neq 0$ $\Rightarrow$ keine Lösung

$f(4) = 0$ $\Rightarrow$ Lösung $x_1 := 4$

Polynomdivision: $\dfrac{x^4 - 22 \cdot x^2 + x^3 - 2 \cdot x + 40}{x - 4}$ in Partialbrüche zerlegt, ergibt $x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 10$

Lösung der kubischen Gleichung: $x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 10 = 0$

Definition der Polynomfunktion: $p(x) := x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 10$

2. Lösung wird geraten, und zwar probiert man nur die Teiler von 10.

$f(5) = 230$ $230 \neq 0$ $\Rightarrow$ keine Lösung

$f(-5) = 0$ $\Rightarrow$ Lösung $x_2 := -5$

Polynomdivision: $\dfrac{x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 10}{x + 5}$ in Partialbrüche zerlegt, ergibt $x^2 - 2$

Lösung der rein quadratischen Gleichung: $x^2 - 2 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2^{\frac{1}{2}} \\ -2^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$

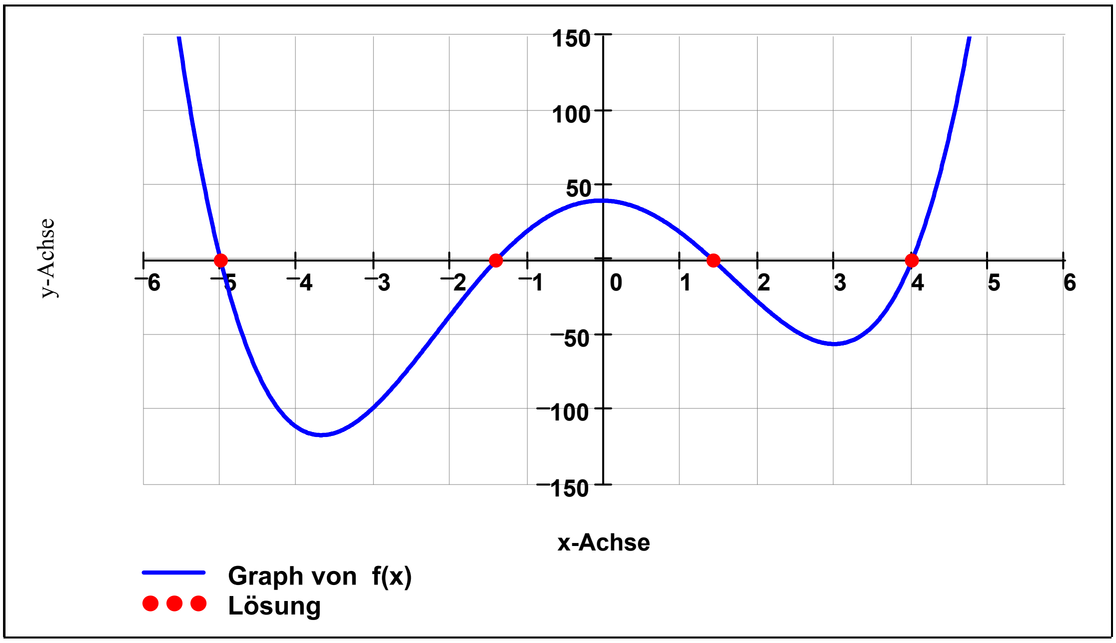
Mathcad - Lösung:

$$x_L := x^4 - 22 \cdot x^2 + x^3 - 2 \cdot x + 40 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 2^{\frac{1}{2}} \\ -2^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

IL = { -5; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; 4 }

Teilaufgabe b)

Graphische Lösung der Gleichung: $f(x) \rightarrow x^4 - 22 \cdot x^2 + x^3 - 2 \cdot x + 40$



Aufgabe 7:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $x^4 - 13 \cdot x^2 + 36 = 0$ $\quad$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Substitution $x^2 = t$**

Lösung:

Substitution: $x^4 - 13 \cdot x^2 + 36 = 0 \left| \begin{array}{l} \text{ersetzen}, x^2 = t \\ \text{ersetzen}, x^4 = t^2 \end{array} \right. \rightarrow t^2 - 13 \cdot t + 36 = 0$

Lösung der quadratischen Gleichung: $t^2 - 13 \cdot t + 36 = 0 \text{ auflösen}, t \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}$

Resubstitution: $x^2 = 4 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad$ $x^2 = 9 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

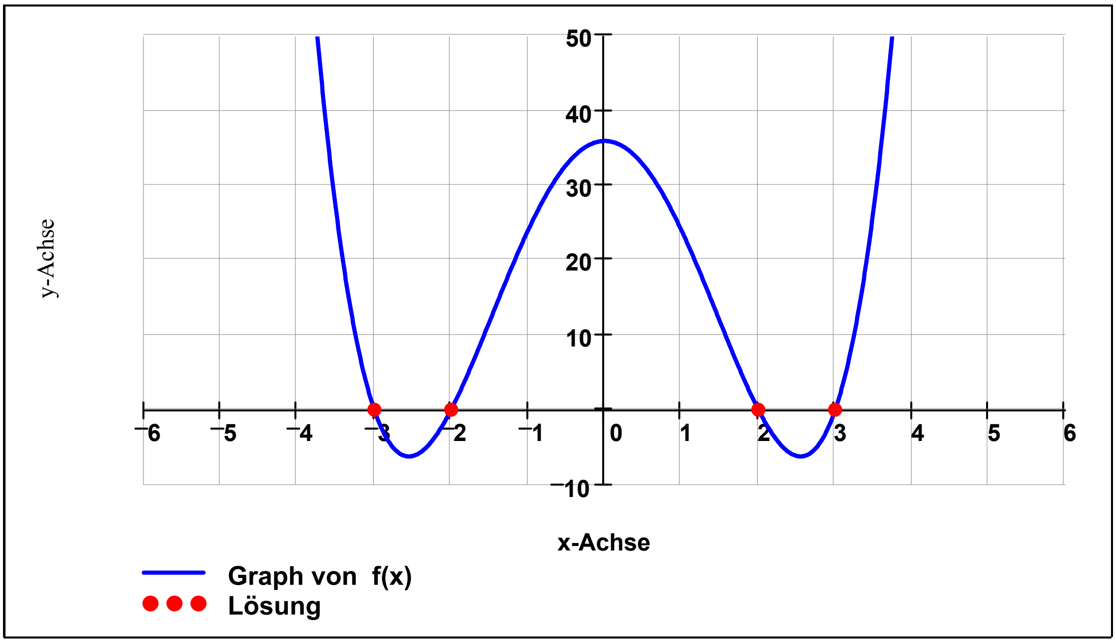
Mathcad - Lösung:

$x_L := x^4 - 13 \cdot x^2 + 36 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad$ **IL = { −3; −2; 2 ; 3 }**

Teilaufgabe b)

Definition der Polynomfunktion: $f(x) := x^4 - 13 \cdot x^2 + 36$

Graphische Lösung der Gleichung:



Aufgabe 8:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.

b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $x^4 - 5 \cdot x^2 - 36 = 0$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Substitution $x^2 = t$**

Lösung:

Substitution: $x^4 - 5 \cdot x^2 - 36 = 0 \;\left|\; \begin{array}{l} \text{ersetzen}, x^2 = t \\ \text{ersetzen}, x^4 = t^2 \end{array} \right. \rightarrow t^2 - 5 \cdot t - 36 = 0$

Lösung der quadratischen Gleichung: $t^2 - 5 \cdot t - 36 = 0 \text{ auflösen}, t \rightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \end{pmatrix}$

Resubstitution: $x^2 = 9 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ $x^2 = -4 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \cdot i \\ -2 \cdot i \end{pmatrix}$ keine Lösung

Mathcad - Lösung:

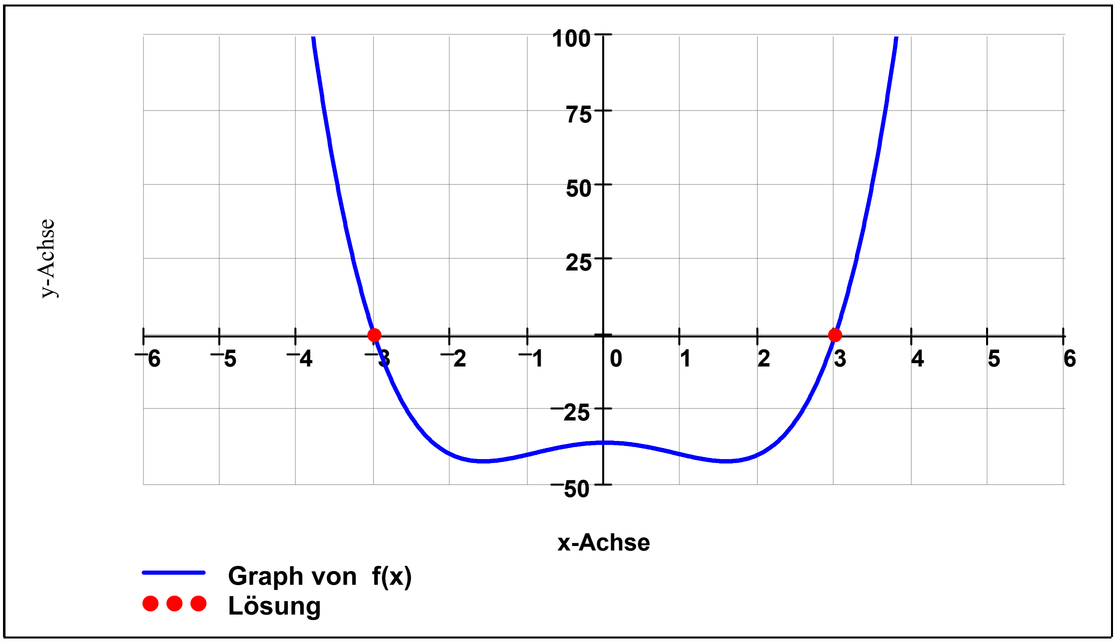
$x_L := x^4 - 5 \cdot x^2 - 36 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \cdot i \\ -2 \cdot i \end{pmatrix}$ Lösung / Lösung / keine Lösung / keine Lösung

IL = { −3 ; 3 }

Teilaufgabe b)

Definition der Polynomfunktion: $f(x) := x^4 - 5 \cdot x^2 - 36$

Graphische Lösung der Gleichung:



Aufgabe 9:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $x^6 - 7 \cdot x^3 - 8 = 0$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Substitution** $x^3 = t$

Lösung:

Substitution: $x^6 - 7 \cdot x^3 - 8 = 0 \;\left|\; \begin{array}{l} \text{ersetzen}, x^3 = t \\ \text{ersetzen}, x^6 = t^2 \end{array} \right. \rightarrow t^2 - 7 \cdot t - 8 = 0$

Lösung der quadratischen Gleichung: $t^2 - 7 \cdot t - 8 = 0 \text{ auflösen}, t \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$

Resubstitution 1: $x^3 = -1 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$
Lösung
keine Lösung
keine Lösung

Resubstitution 2: $x^3 = 8 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 + i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \\ -1 - i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$
Lösung
keine Lösung
keine Lösung

Mathcad - Lösung:

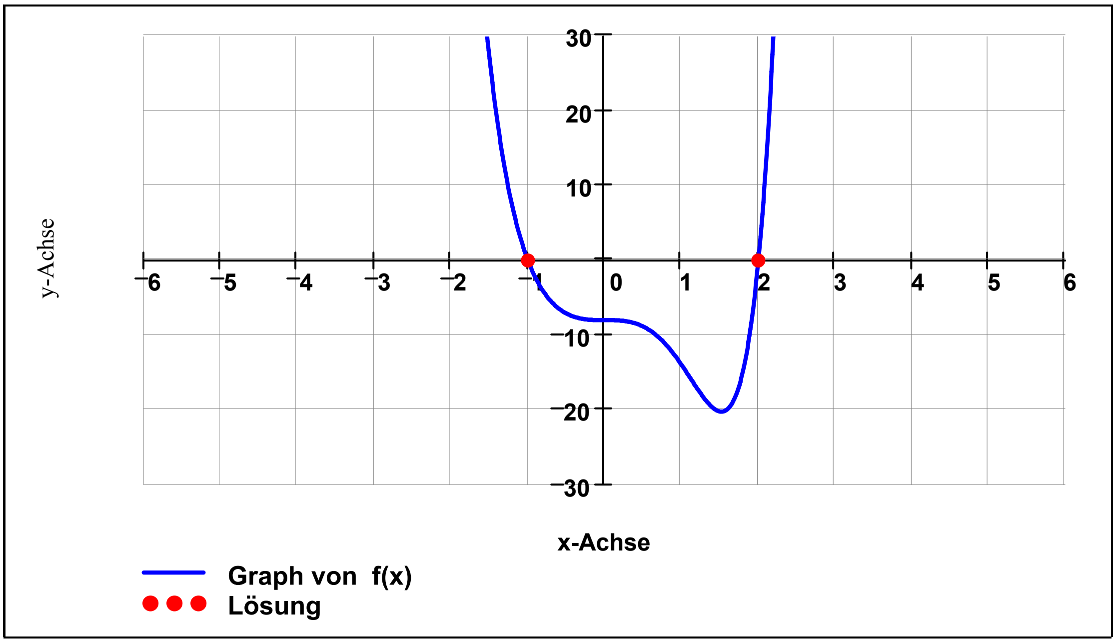
$x_L := x^6 - 7 \cdot x^3 - 8 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \\ -1 + i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \\ -1 - i \cdot 3^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$
Lösung
Lösung
keine Lösung
keine Lösung
keine Lösung
keine Lösung

IL = { −1 ; 2 }

Teilaufgabe b)

Definition der Polynomfunktion: $f(x) := x^6 - 7 \cdot x^3 - 8$

<u>Graphische Lösung der Gleichung:</u>



Aufgabe 10:

a) Bestimmen Sie von der gegebenen Gleichung die maximale Definitions- und die Lösungsmenge.
b) Veranschaulichen Sie die Ermittlung der Lösungsmenge mit Hilfe der graphischen Darstellung von Funktionen

Teilaufgabe a)

Gleichung: $2 \cdot x^3 + 16 \cdot x^2 + 42 \cdot x + 35 = 0$ **ID = IR**

Lösungsweg: **Newton'sches Verfahren** (Formelsammlung Seite 20):

Ist x_1 ein Näherungswert für die Nullstelle von $f(x)$, so ist

$$x_T = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

ein neuer, im allgemeinen besserer Näherungswert.

Lösung:

Polynomfunktion: $f(x) := 2 \cdot x^3 + 16 \cdot x^2 + 42 \cdot x + 35$

1. Ableitung: $f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 6 \cdot x^2 + 32 \cdot x + 42$

Funktionswerte: $f(-2) = -1$ $\quad f(-1) = 7$

$\Rightarrow$ Lösung im Intervall $]-2 ; -1[$

Startwert: $x_0 := -2$

1. Näherung: $x_1 := x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ $\quad x_1 = -1.500$

2. Näherung: $x_2 := x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ $\quad x_2 = -1.667$

3. Näherung: $x_3 := x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$ $\quad x_3 = -1.701$

4. Näherung: $x_4 := x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$ $\quad x_4 = -1.70284$

Mathcad - Lösung:

$$x_L := 2 \cdot x^3 + 16 \cdot x^2 + 42 \cdot x + 35 = 0 \ \Bigg| \begin{array}{l} \text{auflösen}, x \\ \text{gleit}, 6 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} -1.70285 \\ -3.14858 + .602815 \cdot i \\ -3.14858 - .602815 \cdot i \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Lösung} \\ \text{keine Lösung} \\ \text{keine Lösung} \end{array}$$

Teilaufgabe b)

Definition der Polynomfunktion: $f(x) := 2 \cdot x^3 + 16 \cdot x^2 + 42 \cdot x + 35$

Graphische Lösung der Gleichung: