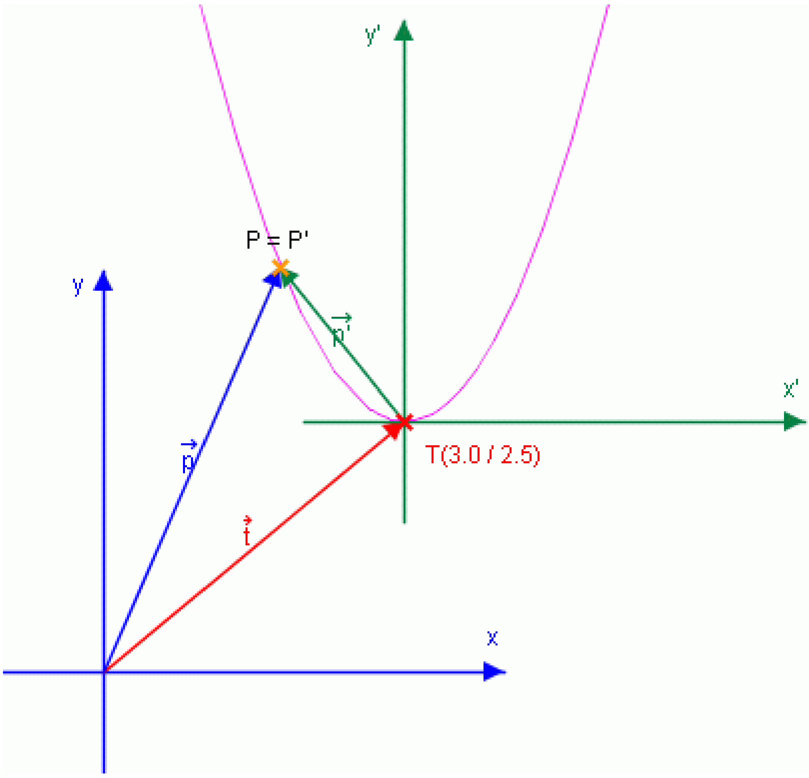
Koordinatentransformation (1) - Verschiebung

Verschiebung

Bsp.: Verschiebe $\mathbf{f(x)} := \mathbf{x}^2$



Koordinatentransformation_1.gxt

Verschiebevektor $\quad \mathbf{t} = \begin{pmatrix} \mathbf{t_x} \\ \mathbf{t_y} \end{pmatrix}$

Wir verschieben also die Kurve in x-Richtung um $\mathbf{t_x}$ und in y-Richtung um $\mathbf{t_y}$.

An einem beliebigen Punkt P = P' kann man ansetzen:

$$\mathbf{t} + \mathbf{p'} = \mathbf{p}$$

$$\begin{matrix} \mathbf{t_x} + \mathbf{p'_x} = \mathbf{p_x} \\ \mathbf{t_y} + \mathbf{p'_y} = \mathbf{p_y} \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \mathbf{p'_x} = \mathbf{p_x} - \mathbf{t_x} \\ \mathbf{p'_y} = \mathbf{p_y} - \mathbf{t_y} \end{matrix}$$

An unserem Beispiel:

$$\mathbf{y'} = \mathbf{x'}^2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{y} - \mathbf{t_y} = (\mathbf{x} - \mathbf{t_x})^2$$

Also: Die Funktion im grünen Koordinatensystem hat die Funktionsgleichung $\mathbf{y'} = \mathbf{x'}^2$ und die selbe Funktion im blauen Koordinatensystem hat die Funktionsgleichung $\mathbf{y} = (\mathbf{x} - \mathbf{t_x})^2 + \mathbf{t_y}$

Allgemein:

Verschiebe eine Funktion um $\mathbf{t_x}$ in x-Richtung und um $\mathbf{t_y}$ in y-Richtung.

Dann ergibt sich die neue Funktionsgleichung aus der alten zu

$$\boxed{\mathbf{f_{neu}}(\mathbf{x}) = \mathbf{f_{alt}}(\mathbf{x} - \mathbf{t_x}) + \mathbf{t_y}}$$

Beispiel: verschiebe $\mathbf{f(x) := x^3 - 3x^2 - 2}$ um $\mathbf{t} := \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ (also um 2 nach links und 1 nach oben)

$$\mathbf{f_{neu}(x) := [x - (-2)]^3 - 3[x - (-2)]^2 - 2 + 1}$$

$$\mathbf{f_{neu}(x) \text{ vereinfachen } \rightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 - 5}$$