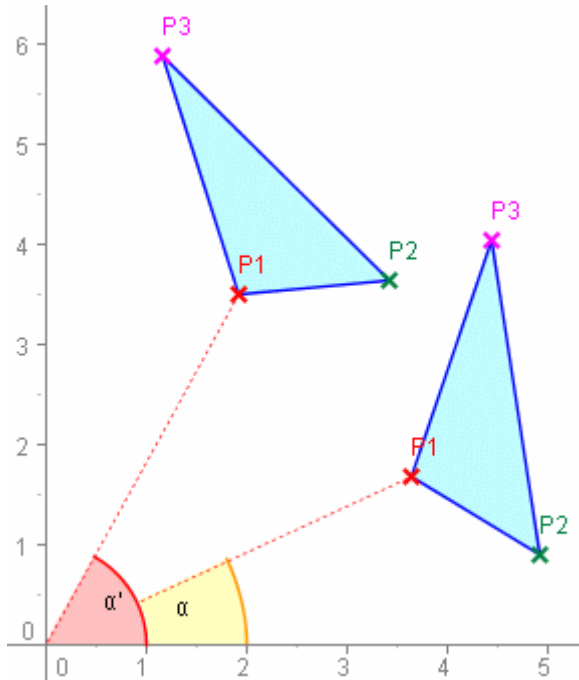


Koordinatentransformation (2) - Drehung

Drehung um den Ursprung

Bsp.: Drehe ein Dreieck



Koordinatentransformation_2.gxt

Betrachte den Punkt P1:

Der Punkt P1 wird ausgehend vom Winkel α zum Winkel α' gedreht, er macht also eine Drehung von $(\alpha' - \alpha)$ um den Ursprung mit.

$$\text{Punkt P1: } (r, \alpha) \longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x = r \cdot \cos(\alpha)$$

$$y = r \cdot \sin(\alpha)$$

$$\text{Punkt P1neu: } (r, \alpha') \longrightarrow \begin{pmatrix} x_{\text{neu}} \\ y_{\text{neu}} \end{pmatrix}$$

$$\text{Sei } \delta = \alpha' - \alpha \quad x_{\text{neu}} = r \cdot \cos(\alpha + \delta)$$

$$y_{\text{neu}} = r \cdot \sin(\alpha + \delta)$$

Nun gelten die Additionstheoreme für sin, cos:

$$x_{\text{neu}} = r \cdot \cos(\alpha + \delta) = r \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\delta) - r \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\delta) = x \cdot \cos(\delta) - y \cdot \sin(\delta)$$

$$y_{\text{neu}} = r \cdot \sin(\alpha + \delta) = r \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\delta) + r \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\delta) = y \cdot \cos(\delta) + x \cdot \sin(\delta)$$

Gesammelt: Drehung eines Punktes um den Winkel δ um den Ursprung.

$$x_{\text{neu}} = x \cdot \cos(\delta) - y \cdot \sin(\delta)$$

$$y_{\text{neu}} = x \cdot \sin(\delta) + y \cdot \cos(\delta)$$