Übungen Wahrscheinlichkeit

Aufgaben:

(1) Ein Würfel sei so beschaffen, dass die Wahrscheinlichkeit eine gerade Augenzahl zu würfeln doppelt so hoch ist wie die Wahrscheinlichkeit eine ungerade Augenzahl zu würfeln.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
E1 = "Eine Primzahl erscheint"
E2 = "Die Augenzahl beträgt mindestens 3"
E3 = "Die Augenzahl ist nicht durch 2 oder 3 teilbar"

(2) In einer Urne befinden sich 7 rote, 5 blaue und 3 grüne Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit eine Kugel blind aus der Urne zu ziehen sei für alle Kugeln gleich.
(a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eine grüne Kugel zu ziehen?
(b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, keine blaue Kugel zu ziehen?
(c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eine rote oder blaue Kugel zu ziehen?

(3) Die Schuhfabrik Hühnerauge stellt Sandalen, Halbschuhe und Pantoffeln her. Die Reklamationen sind bei Halbschuhen nur halb so häufig wie bei Sandalen, Sandalen werden jedoch 5 mal so oft reklamiert wie Pantoffeln.
Ein Schuh kommt zur Reparatur ins Werk zurück.
(a) Geben Sie einen geigneten Ergebnisraum an.
(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse.
(c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Schuh keine Sandale ist?

(4) Der Installateur Habermehl ist sehr unzuverlässig. Nur in 60% aller Fälle arbeitet er korrekt.
In 10% aller Fälle erscheint er gar nicht, schickt aber eine Rechnung.
In 15% aller Fälle hört man überhaupt nichts mehr von ihm.
(a) Geben Sie einen geeigneten Ergebnisraum an.
(b) Verteilen Sie die Wahrscheinlichkeiten auf die Elementarereignisse.
(c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie keine Rechnung erhalten?
(d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie keine Leistung erhalten?

Lösungen:

(1) Ein Würfel sei so beschaffen, dass die Wahrscheinlichkeit eine gerade Augenzahl zu würfeln doppelt so hoch ist wie die Wahrscheinlichkeit eine ungerade Augenzahl zu würfeln.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
E1 = "Eine Primzahl erscheint"
E2 = "Die Augenzahl beträgt mindestens 3"
E3 = "Die Augenzahl ist nicht durch 2 oder 3 teilbar"

P("2") = P("4") = P("6") = 2 P("1") = 2 P("3") = 2 P("5") => $P(\text{"1"}) = \frac{1}{9}$ $P(\text{"2"}) = \frac{2}{9}$

$$P(E1) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9} \qquad P(E2) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \qquad P(E3) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

(2) In einer Urne befinden sich 7 rote, 5 blaue und 3 grüne Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit eine Kugel blind aus der Urne zu ziehen sei für alle Kugeln gleich.
(a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eine grüne Kugel zu ziehen?
(b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, keine blaue Kugel zu ziehen?
(c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eine rote oder blaue Kugel zu ziehen?

(a) $P(\text{grün}) = \frac{3}{15}$ (b) $P(\text{keine_blaue}) = \frac{15-5}{15} = \frac{2}{3}$ (c) $P(\text{rot_oder_blau}) = \frac{7}{15} + \frac{5}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

(3) Die Schuhfabrik Hühnerauge stellt Sandalen, Halbschuhe und Pantoffeln her. Die Reklamationen sind bei Halbschuhen nur halb so häufig wie bei Sandalen, Sandalen werden jedoch 5 mal so oft reklamiert wie Pantoffeln.
Ein Schuh kommt zur Reparatur ins Werk zurück.
(a) Geben Sie einen geigneten Ergebnisraum an.
(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse.
(c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Schuh keine Sandale ist?

(a) $\Omega = \{ S, H, P \}$

(b) $P(S) = 2 \cdot P(H)$ $P(S) = 5 \cdot P(P)$

$$P(S) + \frac{1}{2} P(S) + \frac{1}{5} \cdot P(S) = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{10+5+2}{10} \cdot P(S) = 1 \quad \Rightarrow \quad P(S) = \frac{10}{17} \qquad P(H) = \frac{5}{17} \qquad P(P) = \frac{2}{17}$$

(c) $P(\overline{S}) = 1 - P(S) = \frac{7}{17}$

(4) Der Installateur Habermehl ist sehr unzuverlässig. Nur in 60% aller Fälle arbeitet er korrekt.
In 10% aller Fälle erscheint er gar nicht, schickt aber eine Rechnung.
In 15% aller Fälle hört man überhaupt nichts mehr von ihm.
(a) Geben Sie einen geeigneten Ergebnisraum an.
(b) Verteilen Sie die Wahrscheinlichkeiten auf die Elementarereignisse.
(c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie keine Rechnung erhalten?
(d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie keine Leistung erhalten?

(a) $\Omega = \{ LR, L\overline{R}, \overline{L}R, \overline{LR} \}$

(b) $P(LR) = 0.6$ $P(\overline{L}R) = 0.1$ $P(\overline{LR}) = 0.15$ => $P(L\overline{R}) = 1 - 0.6 - 0.1 - 0.15 = 0.15$

(c) $P(\overline{R}) = 0.3$ (c) $P(\overline{L}) = 0.25$