Übungen: Laplace-Wahrscheinlichkeiten

Aufgaben:

(1) Klein Svenja träumt vom Märchenprinzen und von sieben Kindern, alles Mädchen. Wenn Sie die Wahrscheinlichkeit, den Märchenprinzen zu ergattern mit 5% und die Wahrscheinlichkeit der Geburt eines weiblichen Kindes mit 52% ansetzen, mit welcher Wahrscheinlichkeit geht dann Svenjas Wunsch in Erfüllung?

(2) Zockerin Mareike spielt leidenschaftlich gerne Roulette. Sie hat folgendes System: Sie setzt ein Euro auf rot. Wenn Sie gewinnt, wird der eine Euro eingesackt. Verliert Sie, setzt Sie das Doppelte. Solange, bis Sie gewinnt oder alles Geld futsch ist. Mareike hat jeweils ca. 1000 € dabei. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie sich das Taxi für die Heimfahrt nicht mehr leisten kann?

(3) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Sechser im Lotto?

(4) In der Tüte von Kathrin befinden sich vier rote, fünf blaue und zwei grüne Gummibärchen. Sie zieht ohne hinzusehen zwei Stück, um anschließend die Bärchen genussvoll zu verzehren.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Kathrin
a) die zwei grünen erwischt,
b) kein blaues erwischt,
c) verschiedene Farben erwischt?

(5) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.2% ist ein 2 cm langes Kettenglied so schlecht verschweißt, dass es bei einer Zugkraft von 1000 N bricht.
Wie lange darf unter Vernachlässigung des Eigengewichtes die Kette werden, bis sie mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50% reißt?

(6) In einer Steige mit 55 Äpfeln befinden sich 11 verwurmte. Christine sucht sich drei Stück aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Christine
a) genau einen verwurmten Apfel gezogen hat,
b) mindestens einen verwurmten Apfel gezogen hat,
c) höchstens einen verwurmten Apfel gezogen hat,
d) keinen verwurmten Apfel gezogen hat?

Lösungen:

(1) Klein Svenja träumt vom Märchenprinzen und von sieben Kindern, alles Mädchen. Wenn Sie die Wahrscheinlichkeit, den Märchenprinzen zu ergattern mit 5% und die Wahrscheinlichkeit der Geburt eines weiblichen Kindes mit 52% ansetzen, mit welcher Wahrscheinlichkeit geht dann Svenjas Wunsch in Erfüllung?

$$\mathbf{5\% \cdot (52\%)^{7} = 0.000514}$$

(2) Zockerin Mareike spielt leidenschaftlich gerne Roulette. Sie hat folgendes System: Sie setzt ein Euro auf rot. Wenn Sie gewinnt, wird der eine Euro eingesackt. Verliert Sie, setzt Sie das Doppelte. Solange, bis Sie gewinnt oder alles Geld futsch ist. Mareike hat jeweils ca. 1000 € dabei. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie sich das Taxi für die Heimfahrt nicht mehr leisten kann?

$$\mathbf{1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 1023}$$

$$\mathbf{2^{10} - 1 = 1023}$$

$$\mathbf{\log(1000, 2) = 9.9657843}$$

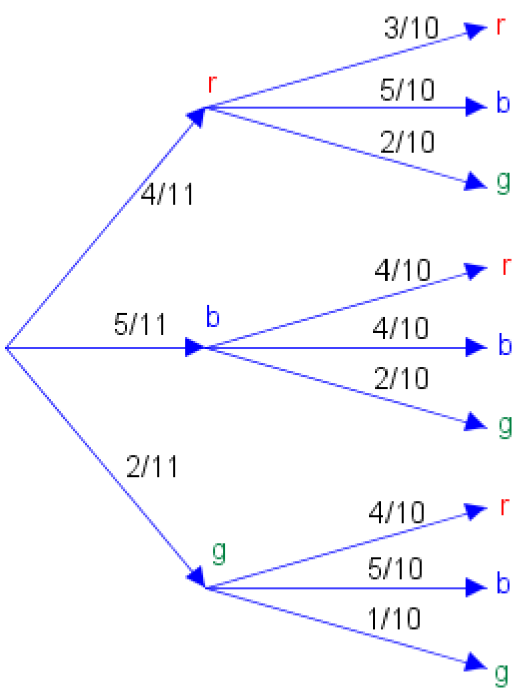
$$\mathbf{\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 0.0009766}$$ "Null" nicht berücksichtigt

So ca. jedes tausendste Spiel ist ein Desaster für Mareike. Nehmen Sie an, dass Sie an einem Abend 100 Mal spielt, dann geht Sie etwa jeden 10. Abend zu Fuß heim.

(3) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Sechser im Lotto?

$$\mathbf{\frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44} = 7.1511238 \times 10^{-8}}$$

(4) In der Tüte von Kathrin befinden sich vier rote, fünf blaue und zwei grüne Gummibärchen. Sie zieht ohne hinzusehen zwei Stück, um anschließend die Bärchen genussvoll zu verzehren.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Kathrin
a) die zwei grünen erwischt,
b) kein blaues erwischt,
c) verschiedene Farben erwischt?



$$\mathbf{\frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} \to \frac{6}{55}}$$

$$\mathbf{\frac{4}{11} \cdot \frac{5}{10} \to \frac{2}{11}}$$

$$\mathbf{\frac{4}{11} \cdot \frac{2}{10} \to \frac{4}{55}}$$

$$\mathbf{\frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} \to \frac{2}{11}}$$

$$\mathbf{\frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} \to \frac{2}{11}}$$

$$\mathbf{\frac{5}{11} \cdot \frac{2}{10} \to \frac{1}{11}}$$

$$\mathbf{\frac{2}{11} \cdot \frac{4}{10} \to \frac{4}{55}}$$

$$\mathbf{\frac{2}{11} \cdot \frac{5}{10} \to \frac{1}{11}}$$

$$\mathbf{\frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10} \to \frac{1}{55}}$$

a) $\mathbf{\frac{1}{55}}$

b) $\mathbf{\frac{6}{55} + \frac{4}{55} + \frac{4}{55} + \frac{1}{55} \to \frac{3}{11}}$

c) $\mathbf{1 - \frac{6}{55} - \frac{2}{11} - \frac{1}{55} \to \frac{38}{55}}$

(5) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.2% ist ein 2 cm langes Kettenglied so schlecht verschweißt, dass es bei einer Zugkraft von 1000 N bricht.
Wie lange darf unter Vernachlässigung des Eigengewichtes die Kette werden, bis sie mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50% reißt?

$(99.8\%)^{n} = 50\%$ auflösen, n $\rightarrow 346.22690104949151930$

$(0.998)^{n} = 0.5 \qquad \ln(0.998) \cdot n = \ln(0.5) \qquad n := \frac{\ln(0.5)}{\ln(0.998)} \qquad n = 346.226901$

$\text{Länge} := n \cdot 2\text{cm} \qquad \text{Länge} = 6.924538\,\text{m}$

(6) In einer Steige mit 55 Äpfeln befinden sich 11 verwurmte. Christine sucht sich drei Stück aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Christine
a) genau einen verwurmten Apfel gezogen hat,
b) mindestens einen verwurmten Apfel gezogen hat,
c) höchstens einen verwurmten Apfel gezogen hat,
d) keinen verwurmten Apfel gezogen hat?

$\text{Anz\_3Äpfel} = \binom{55}{3} \qquad \text{Anz\_3Äpfel} := \frac{55 \cdot 54 \cdot 53}{1 \cdot 2 \cdot 3} \qquad \text{Anz\_3Äpfel} = 26235$

$\text{Anz\_genau1} = \binom{11}{1} \cdot \binom{44}{2} \qquad \text{Anz\_genau1} := \frac{11 \cdot 44 \cdot 43}{1 \cdot 1 \cdot 2} \qquad \text{Anz\_genau1} = 10406$

$\text{Anz\_keinen} = \binom{44}{3} \qquad \text{Anz\_keinen} := \frac{44 \cdot 43 \cdot 42}{1 \cdot 2 \cdot 3} \qquad \text{Anz\_keinen} = 13244$

a) $Pa := \frac{\text{Anz\_genau1}}{\text{Anz\_3Äpfel}} \qquad Pa = 0.3966457$

d) $Pd := \frac{\text{Anz\_keinen}}{\text{Anz\_3Äpfel}} \qquad Pd = 0.5048218$

b) $Pb := 1 - Pd \qquad Pb = 0.4951782$

c) $Pc := Pa + Pd \qquad Pc = 0.9014675$